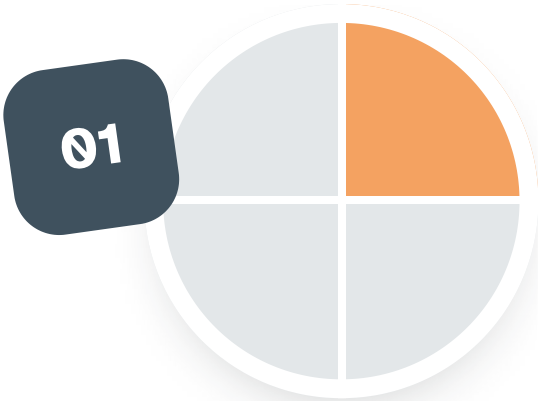
DYS+ Campus



Übungsheft · Informatik · Klasse 13

Endliche Automaten und reguläre Ausdrücke

Erklärungen, 32 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen, viele mit Begründung.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich kann Wörter durch einen Automaten verfolgen und seine Sprache angeben.
- Ich kann Automaten entwickeln und bewerten.
- Ich kann nichtdeterministische Automaten lesen und ihre Umwandlung beschreiben.
- Ich kann reguläre Ausdrücke lesen und die Grenzen endlicher Automaten erklären.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/gymnasium/klasse-13/informatik/endliche-automaten/der-deterministische-endliche-automat

Kurz erklärt

Automat „gerade Anzahl a“ (Start und Ende: q0)

Zustand	a	b
q0 (Start) (Ende)	q1	q0
q1	q0	q1

Automat „Wort endet auf ab“ (Start: s0, Ende: s2)

Zustand	a	b
s0 (Start)	s1	s0
s1	s1	s2
s2 (Ende)	s1	s0

Ein Wort prüfen

1. Wort „bab“ im Automaten „endet auf ab“.
2. Start s0. b: s0 → s0.
3. a: s0 → s1.
4. b: s1 → s2. Endzustand: akzeptiert.

Merksatz: DEA: je Zustand und Zeichen ein Übergang. Akzeptiert wird, wenn der Automat nach dem letzten Zeichen im Endzustand steht. Unbegrenztes Zählen können endliche Automaten nicht.

Typischer Fehler: Man verfolgt beim NEA nur einen Weg. Ein anderer Weg könnte zum Endzustand führen.

Tipp: Schreibe die Zustandsfolge als Kette auf, zum Beispiel s0 → s0 → s1 → s2.

●○○ Basis

Automaten lesen

1 **Automat „gerade Anzahl a“, Start q0. In welchem Zustand steht er nach dem Wort?**

a) aba: _____

b) ab: _____

c) bbb: _____

d) aab: _____

2 **Wähle das richtige Wort.**

a) Die Menge der erlaubten Zeichen heißt _____. ☐ **Alphabet** ☐ **Zustand**

b) Ein Wort wird akzeptiert, wenn der Automat am Ende in einem _____ steht. ☐ **Startzustand** ☐ **Endzustand**

c) Ein vollständiger DEA hat zu jedem Zustand und Zeichen _____ Übergang. ☐ **mehrere** ☐ **genau einen**

3 **Übergänge zählen.**

a) 4 Zustände, Alphabet {a, b}: _____ Übergänge.

b) 3 Zustände, Alphabet {a, b, c}: _____ Übergänge.

●●○ Standard

Sprache, Entwurf und NEA

4 **Automat „endet auf ab“. Wird das Wort akzeptiert? Antworte mit ja oder nein.**

a) abab: _____

b) abb: _____

c) aab: _____

d) ba: _____

5 **Stimmt der Satz? Schreibe falsche Sätze richtig auf.**

a) Das leere Wort wird von jedem Automaten akzeptiert. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) Ein NEA darf zu einem Zustand und Zeichen mehrere Folgezustände haben. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) Ein NEA erkennt Sprachen, die kein DEA erkennt. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

d) Der Fehlerzustand ist ein Endzustand. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

6 Entwerfen und bewerten.

a) Ein Codeschloss mit den Tasten 1 und 2 öffnet bei 1-2-2-1. Wie viele Zustände braucht der vollständige Automat?

b) Wie viele Übergänge hat dieser Automat?

7 NEA und Minimierung.

a) Ein NEA mit 3 Zuständen ergibt einen DEA mit höchstens _____ Zuständen.

b) Ein NEA mit 4 Zuständen ergibt einen DEA mit höchstens _____ Zuständen.

c) Der Automat mit den Zuständen E1, E2, O1, O2 für „gerade Anzahl a“ lässt sich auf _____ Zustände verkleinern.

●●● Plus

Reguläre Ausdrücke und Grenzen (vor allem für den Leistungskurs)

8 Wähle das richtige Wort.

a) a* beschreibt _____ viele a (auch kein a). ☐ **beliebig** ☐ **genau ein**

b) Mit dem Zeichen | schreibt man eine _____. ☐ **Auswahl** ☐ **Wiederholung**

9 Zähle Wörter über {a, b}.

a) Wörter der Länge 3 im Ausdruck (a|b)*ab: _____

b) Wörter der Länge 4 im Ausdruck a*b*: _____

c) Wörter der Länge höchstens 4 im Ausdruck (ab)*, mit dem leeren Wort: _____

10 Stimmt der Satz? Schreibe falsche Sätze richtig auf.

a) Die Sprache $a^n b^n$ kann ein endlicher Automat erkennen. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) Wörter mit gerader Anzahl a kann ein endlicher Automat erkennen. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) Klammerwörter mit höchstens zwei Ebenen kann ein endlicher Automat prüfen. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

11 Schreibe und erkläre.

a) Schreibe einen regulären Ausdruck für Wörter über {a, b}, die mit b beginnen.

b) Erkläre in zwei Sätzen, warum ein endlicher Automat $a^n b^n$ nicht erkennt.

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich kann Wörter durch einen Automaten verfolgen und seine Sprache angeben.	☐	☐	☐
Ich kann Automaten entwickeln und bewerten.	☐	☐	☐
Ich kann nichtdeterministische Automaten lesen und ihre Umwandlung beschreiben.	☐	☐	☐
Ich kann reguläre Ausdrücke lesen und die Grenzen endlicher Automaten erklären.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst lösen, dann vergleichen. Bei vielen Aufgaben steht die Begründung dabei.

●○○ Basis: Automaten lesen

1 **Automat „gerade Anzahl a“, Start q0. In welchem Zustand steht er nach dem Wort?**

a) **aba: q0**

b) **ab: q1**

c) **bbb: q0**

d) **aab: q0**

2 **Wähle das richtige Wort.**

a) **Alphabet**

→ Das Alphabet legt die Zeichen fest.

b) **Endzustand**

→ Nur dann ist die Eingabe akzeptiert.

c) **genau einen**

→ Das macht den Ablauf eindeutig.

3 **Übergänge zählen.**

a) **4 Zustände, Alphabet {a, b}: 8 Übergänge.**

b) **3 Zustände, Alphabet {a, b, c}: 9 Übergänge.**

●●○ Standard: Sprache, Entwurf und NEA

4 **Automat „endet auf ab“. Wird das Wort akzeptiert? Antworte mit ja oder nein.**

a) **abab: ja**

b) **abb: nein**

c) **aab: ja**

d) **ba: nein**

5 **Stimmt der Satz? Schreibe falsche Sätze richtig auf.**

a) **Stimmt nicht. Richtig: Das leere Wort wird nur akzeptiert, wenn der Startzustand ein Endzustand ist.**

b) **Stimmt.**

c) **Stimmt nicht. Richtig: NEA und DEA erkennen genau die regulären Sprachen.**

d) **Stimmt nicht. Richtig: Der Fehlerzustand ist kein Endzustand. Jedes Zeichen führt aus ihm zurück in ihn.**

6 Entwerfen und bewerten.

a) **6 Zustände: fünf auf dem richtigen Weg (Start bis Endzustand) und ein Fehlerzustand.**

→ Zähle die Zustände entlang des Codes.

→ Vergiss den Fehlerzustand nicht.

b) **12 Übergänge: 6 Zustände mal 2 Tasten.**

→ Zustände mal Zeichen.

7 NEA und Minimierung.

a) **Ein NEA mit 3 Zuständen ergibt einen DEA mit höchstens 8 Zuständen.**

b) **Ein NEA mit 4 Zuständen ergibt einen DEA mit höchstens 16 Zuständen.**

c) **Der Automat mit den Zuständen E1, E2, O1, O2 für „gerade Anzahl a“ lässt sich auf 2 Zustände verkleinern.**

●●● Plus: Reguläre Ausdrücke und Grenzen (vor allem für den Leistungskurs)

8 Wähle das richtige Wort.

a) **beliebig**

→ Der Stern erlaubt null oder mehr.

b) **Auswahl**

→ a|b heißt a oder b.

9 Zähle Wörter über {a, b}.

a) **Wörter der Länge 3 im Ausdruck (a|b)*ab: 2**

b) **Wörter der Länge 4 im Ausdruck a*b*: 5**

c) **Wörter der Länge höchstens 4 im Ausdruck (ab)*, mit dem leeren Wort: 3**

10 Stimmt der Satz? Schreibe falsche Sätze richtig auf.

a) **Stimmt nicht. Richtig: Ein endlicher Automat kann nicht unbegrenzt zählen. $a^n b^n$ ist nicht regulär.**

b) **Stimmt.**

c) **Stimmt.**

11 Schreibe und erkläre.

a) **b(a|b)***

→ Erst b, dann beliebig viele Zeichen.

b) **Er hat nur endlich viele Zustände. Irgendwann enden zwei verschieden lange a-Folgen im selben Zustand, und er kann sie nicht mehr trennen.**

→ Denke an das Schubfachprinzip.