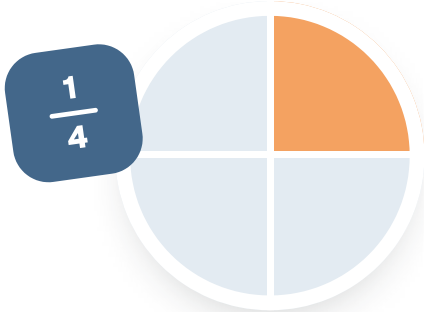
DYS+ Campus



Übungsheft · Mathe · Klasse 8

Besondere Linien im Dreieck

Erklärungen, 41 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich nenne die Kongruenzsätze.
- Ich konstruiere Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Seitenhalbierende und Höhen.
- Ich bestimme Umkreis und Inkreis.
- Ich nutze das Teilungsverhältnis 2 zu 1 beim Schwerpunkt.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/realschule/klasse-8/mathe/besondere-linien-im-dreieck/kongruente-dreiecke

Kurz erklärt

Die vier Kongruenzsätze

Satz	Gegeben
SSS	drei Seiten
SWS	zwei Seiten und der Winkel dazwischen
WSW	eine Seite und die beiden anliegenden Winkel
SsW	zwei Seiten und der Winkel gegenüber der längeren Seite

Merksatz: Mittelsenkrechte: Umkreis. Winkelhalbierende: Inkreis. Seitenhalbierende: Schwerpunkt, 2 zu 1. Höhen: Höhenschnittpunkt.

Umkreisradius im rechtwinkligen Dreieck

1. Rechtwinkliges Dreieck mit 6 cm, 8 cm, 10 cm. Die Hypotenuse ist 10 cm lang.
2. M liegt in der Mitte der Hypotenuse.
3. R = 10 : 2 = 5 cm.

Inkreisradius

1. Dreieck mit 6 cm, 8 cm, 10 cm.
2. Fläche 24 cm^2, halber Umfang 12 cm.
3. r = 24 : 12 = 2 cm.

Typischer Fehler: Mittelsenkrechte und Seitenhalbierende sind nicht dasselbe. Die Mittelsenkrechte steht senkrecht auf der Seite, die Seitenhalbierende geht zur Gegenecke.

Tipp: Konstruiere zwei Linien und kontrolliere mit der dritten. Geht sie durch denselben Punkt, hast du sauber gearbeitet.

●○○ Basis

Sätze und einfache Konstruktionen

1 Welcher Kongruenzsatz gilt? Kreuze an.

a) Zwei Dreiecke stimmen in allen drei Seiten überein. Satz: _____ ☐ **SsW** ☐ **SSS** ☐ **SWS** ☐ **WSW**

b) Zwei Seiten und der Winkel zwischen ihnen stimmen überein. Satz: _____ ☐ **WSW** ☐ **SWS** ☐ **SSS** ☐ **SsW**

c) Eine Seite und die beiden anliegenden Winkel stimmen überein. Satz: _____ ☐ **WSW** ☐ **SsW** ☐ **SSS** ☐ **SWS**

d) Zwei Seiten und der Winkel, der der längeren Seite gegenüberliegt, stimmen überein. Satz: _____ ☐ **SSS** ☐ **SWS** ☐ **SsW** ☐ **WSW**

2 Berechne den Teilwinkel. Schreibe nur die Zahl.

a) Winkel 70°. Jeder Teilwinkel der Winkelhalbierenden: _____ °

b) Winkel 90°. Jeder Teilwinkel: _____ °

c) Winkel 120°. Jeder Teilwinkel: _____ °

d) Winkel 50°. Jeder Teilwinkel: _____ °

3 Beantworte. Schreibe nur die Zahl.

a) AB = 8 cm. Die Mitte M ist _____ cm von A entfernt.

b) AB = 8 cm. Der Zirkelradius muss größer als _____ cm sein.

c) P liegt auf der Mittelsenkrechten von AB und PA = 5 cm. Dann ist PB = _____ cm.

d) Rechtwinkliges Dreieck mit den Seiten 6 cm, 8 cm, 10 cm. Umkreisradius: _____ cm

●●○ Standard

Besondere Punkte berechnen

4 **Berechne den Radius. Schreibe nur die Zahl.**

a) Rechtwinkliges Dreieck, Hypotenuse 10 cm. Umkreisradius: _____ cm

b) Rechtwinkliges Dreieck 3 cm, 4 cm, 5 cm. Inkreisradius: _____ cm

c) Rechtwinkliges Dreieck 6 cm, 8 cm, 10 cm. Inkreisradius: _____ cm

d) Rechtwinkliges Dreieck 5 cm, 12 cm, 13 cm. Inkreisradius: _____ cm

e) Rechtwinkliges Dreieck 8 cm, 15 cm, 17 cm. Inkreisradius: _____ cm

5 **Rechne mit dem Verhältnis 2 zu 1. Schreibe nur die Zahl.**

a) Seitenhalbierende 9 cm lang. Ecke bis Schwerpunkt: _____ cm

b) Seitenhalbierende 9 cm lang. Schwerpunkt bis Seitenmitte: _____ cm

c) Die Ecke ist 8 cm vom Schwerpunkt entfernt. Die ganze Seitenhalbierende ist _____ cm lang.

d) Der Schwerpunkt ist 2,5 cm von der Seitenmitte entfernt. Die ganze Seitenhalbierende ist _____ cm lang.

6 **Berechne die Höhe. Schreibe nur die Zahl.**

a) Rechtwinkliges Dreieck 6 cm, 8 cm, 10 cm. Höhe auf die Hypotenuse: _____ cm

b) Fläche 24 cm^2, Seite 8 cm. Höhe auf diese Seite: _____ cm

c) Fläche 30 cm^2, Seite 12 cm. Höhe auf diese Seite: _____ cm

d) Fläche 18 cm^2, Seite 6 cm. Höhe auf diese Seite: _____ cm

7 **Kreuze an.**

a) Bei einem rechtwinkligen Dreieck liegt der Mittelpunkt des Umkreises _____.

☐ **im Innern des Dreiecks** ☐ **außerhalb des Dreiecks** ☐ **in der Mitte der Hypotenuse**

b) Bei einem stumpfwinkligen Dreieck liegt der Mittelpunkt des Umkreises _____.

☐ **außerhalb des Dreiecks** ☐ **in der Mitte der längsten Seite** ☐ **im Innern des Dreiecks**

c) Der Mittelpunkt des Inkreises liegt _____.

☐ **manchmal außerhalb** ☐ **auf einer Seite** ☐ **immer im Innern des Dreiecks**

d) Der Höhenschnittpunkt eines rechtwinkligen Dreiecks ist _____.

☐ **die Mitte der Hypotenuse** ☐ **die Ecke am rechten Winkel** ☐ **der Schwerpunkt**

●●● Plus

Prüfen, konstruieren und anwenden

8 **Stimmt die Aussage? Wenn nicht, schreibe die richtige Aussage auf.**

a) Die Seitenhalbierende steht immer senkrecht auf der Seite. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) Die drei Mittelsenkrechten eines Dreiecks schneiden sich in einem Punkt. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) Zwei Dreiecke mit denselben drei Winkeln sind immer kongruent. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

d) Der Schwerpunkt teilt jede Seitenhalbierende im Verhältnis 2 zu 1. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

9 **Die Punkte liegen alle auf der Geraden x = 3. Schreibe nur die Zahl.**

a) Dreieck A(0|0), B(6|0), C(3|6): Schwerpunkt S(3|y) mit y = _____

b) Dasselbe Dreieck: Höhenschnittpunkt H(3|y) mit y = _____

c) Dasselbe Dreieck: Umkreismittelpunkt M(3|y) mit y = _____

10 **Löse die Aufgaben. Zeichne, wenn es verlangt wird, genau mit Zirkel und Lineal.**

a) Zeichne ein Dreieck mit a = 5 cm, b = 6 cm und c = 7 cm. Konstruiere die Mittelsenkrechten und den Umkreis. Wie groß ist der Umkreisradius ungefähr?

Antwort:

b) Zeichne dasselbe Dreieck mit a = 5 cm, b = 6 cm und c = 7 cm. Konstruiere zwei Winkelhalbierende und den Inkreis. Wie groß ist der Inkreisradius ungefähr?

Antwort:

c) Drei Häuser A, B und C sollen einen gemeinsamen Brunnen bekommen, der von allen drei Häusern gleich weit entfernt ist. Wie findest du die Stelle?

Antwort:

d) Im Dreieck ABC ist c = 6 cm, α = 50° und β = 70°. Im Dreieck DEF ist f = 6 cm, δ = 50° und ε = 70°. Sind die Dreiecke kongruent? Welcher Satz? Wie groß ist γ?

Antwort:

e) Kann man ein Dreieck mit a = 2 cm, b = 3 cm und c = 6 cm konstruieren? Begründe.

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich nenne die Kongruenzsätze.	☐	☐	☐
Ich konstruiere Mittelsenkrechte, Winkelhalbierende, Seitenhalbierende und Höhen.	☐	☐	☐
Ich bestimme Umkreis und Inkreis.	☐	☐	☐
Ich nutze das Teilungsverhältnis 2 zu 1 beim Schwerpunkt.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Sätze und einfache Konstruktionen

1 **Welcher Kongruenzsatz gilt? Kreuze an.**

a) SSS
→ Drei Seiten legen das Dreieck fest.

b) SWS
→ Der Winkel liegt zwischen den beiden Seiten.

c) WSW
→ Die Seite liegt zwischen den beiden Winkeln.

d) SsW
→ Der Winkel liegt der längeren der beiden Seiten gegenüber.

2 **Berechne den Teilwinkel. Schreibe nur die Zahl.**

a) Winkel 70°. Jeder Teilwinkel der Winkelhalbierenden: 35 °

b) Winkel 90°. Jeder Teilwinkel: 45 °

c) Winkel 120°. Jeder Teilwinkel: 60 °

d) Winkel 50°. Jeder Teilwinkel: 25 °

3 **Beantworte. Schreibe nur die Zahl.**

a) AB = 8 cm. Die Mitte M ist 4 cm von A entfernt.

b) AB = 8 cm. Der Zirkelradius muss größer als 4 cm sein.

c) P liegt auf der Mittelsenkrechten von AB und PA = 5 cm. Dann ist PB = 5 cm.

d) Rechtwinkliges Dreieck mit den Seiten 6 cm, 8 cm, 10 cm. Umkreisradius: 5 cm

●●○ Standard: Besondere Punkte berechnen

4 **Berechne den Radius. Schreibe nur die Zahl.**

a) Rechtwinkliges Dreieck, Hypotenuse 10 cm. Umkreisradius: 5 cm

b) Rechtwinkliges Dreieck 3 cm, 4 cm, 5 cm. Inkreisradius: 1 cm

c) Rechtwinkliges Dreieck 6 cm, 8 cm, 10 cm. Inkreisradius: 2 cm

d) Rechtwinkliges Dreieck 5 cm, 12 cm, 13 cm. Inkreisradius: 2 cm

e) Rechtwinkliges Dreieck 8 cm, 15 cm, 17 cm. Inkreisradius: 3 cm

5 **Rechne mit dem Verhältnis 2 zu 1. Schreibe nur die Zahl.**

a) Seitenhalbierende 9 cm lang. Ecke bis Schwerpunkt: 6 cm

b) Seitenhalbierende 9 cm lang. Schwerpunkt bis Seitenmitte: 3 cm

c) Die Ecke ist 8 cm vom Schwerpunkt entfernt. Die ganze Seitenhalbierende ist 12 cm lang.

d) Der Schwerpunkt ist 2,5 cm von der Seitenmitte entfernt. Die ganze Seitenhalbierende ist 7,5 cm lang.

6 **Berechne die Höhe. Schreibe nur die Zahl.**

a) Rechtwinkliges Dreieck 6 cm, 8 cm, 10 cm. Höhe auf die Hypotenuse: 4,8 cm

b) Fläche 24 cm², Seite 8 cm. Höhe auf diese Seite: 6 cm

c) Fläche 30 cm², Seite 12 cm. Höhe auf diese Seite: 5 cm

d) Fläche 18 cm², Seite 6 cm. Höhe auf diese Seite: 6 cm

7 **Kreuze an.**

a) **in der Mitte der Hypotenuse**

→ Das folgt aus dem Satz des Thales.

b) **außerhalb des Dreiecks**

→ Der stumpfe Winkel zieht M nach außen.

c) **immer im Innern des Dreiecks**

→ Winkelhalbierende verlaufen im Innern.

d) **die Ecke am rechten Winkel**

→ Die Katheten sind selbst Höhen.

●●● Plus: Prüfen, konstruieren und anwenden

8 **Stimmt die Aussage? Wenn nicht, schreibe die richtige Aussage auf.**

a) **Stimmt nicht. Richtig: Sie geht durch die Mitte der Seite, steht aber nur in besonderen Dreiecken senkrecht.**

b) **Stimmt.**

c) **Stimmt nicht. Richtig: Gleiche Winkel genügen nicht. Die Dreiecke können verschieden groß sein.**

d) **Stimmt.**

9 **Die Punkte liegen alle auf der Geraden x = 3. Schreibe nur die Zahl.**

a) **Dreieck A(0|0), B(6|0), C(3|6): Schwerpunkt S(3|y) mit y = 2**

b) **Dasselbe Dreieck: Höhenschnittpunkt H(3|y) mit y = 1,5**

c) **Dasselbe Dreieck: Umkreismittelpunkt M(3|y) mit y = 2,25**

10 **Löse die Aufgaben. Zeichne, wenn es verlangt wird, genau mit Zirkel und Lineal.**

a) **etwa 3,6 cm**

→ Zeichne c = 7 cm und konstruiere das Dreieck mit dem Zirkel (SSS).

→ Konstruiere zwei Mittelsenkrechte. Ihr Schnittpunkt ist M.

→ Miss den Abstand von M zu einer Ecke.

→ Er beträgt etwa 3,6 cm (Messfehler bis 0,2 cm sind normal).

b) **etwa 1,6 cm**

→ Konstruiere zwei Winkelhalbierende. Ihr Schnittpunkt ist I.

→ Fälle von I das Lot auf eine Seite.

→ Miss den Abstand von I zum Fußpunkt.

→ Er beträgt etwa 1,6 cm (Messfehler bis 0,2 cm sind normal).

c) **im Schnittpunkt der Mittelsenkrechten**

→ Zeichne die drei Häuser als Punkte A, B, C.

→ Konstruiere die Mittelsenkrechten von AB und BC.

→ Ihr Schnittpunkt hat von A, B und C den gleichen Abstand.

→ Dort steht der Brunnen. Er ist der Mittelpunkt des Umkreises.

d) **ja, WSW, $\gamma = 60°$**

→ Die Seite liegt zwischen den beiden Winkeln.

→ Es gilt WSW. Die Dreiecke sind kongruent.

→ $\gamma = 180° - 50° - 70° = 60°$.

e) **nein, 2 + 3 ist kleiner als 6**

→ Zwei Seiten zusammen müssen länger sein als die dritte.

→ 2 cm + 3 cm = 5 cm. Das ist kürzer als 6 cm.

→ Die Kreisbögen um die Endpunkte der Strecke c schneiden sich nicht. Es gibt kein Dreieck.