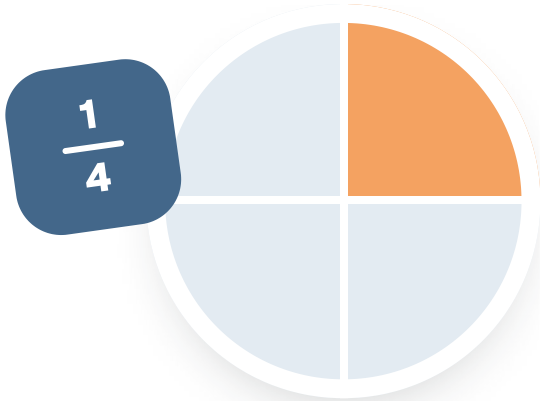
DYS+ Campus



Übungsheft · Mathe · Klasse 8

Binomische Formeln

Erklärungen, 52 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich multipliziere Summen Glied für Glied.
- Ich wende die drei binomischen Formeln an.
- Ich schreibe Terme als Quadrat oder Produkt.
- Ich rechne geschickt im Kopf und finde Fehler.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/realschule/klasse-8/mathe/binomische-formeln/summen-multiplizieren

Kurz erklärt

Merksatz: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$. $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$.

Summe mal Summe

1. $(x + 3) \cdot (x + 5)$
2. $x^2 + 5x + 3x + 15$
3. $x^2 + 8x + 15$

Erste Formel mit Faktor

1. $(2x + 3)^2$: $a = 2x$, $b = 3$
2. $a^2 = 4x^2$, $2ab = 12x$, $b^2 = 9$
3. $4x^2 + 12x + 9$

Rückwärts

1. $9x^2 - 12x + 4$
2. $(3x)^2$ und 2^2; Mitte $2 \cdot 3x \cdot 2 = 12x$
3. $(3x - 2)^2$

Tipp: Teste jede Umformung mit einer Zahl. Zum Beispiel $x = 1$: Beide Seiten müssen denselben Wert haben.

Typischer Fehler: $(a + b)^2$ ist nicht $a^2 + b^2$. Das mittlere Glied $2ab$ darf nie fehlen. Auch $(2x)^2$ ist $4x^2$, nicht $2x^2$.

●○○ Basis

Summen multiplizieren, erste Formel

1 Multipliziere die Klammern und fasse zusammen.

a) $(x + 3) \cdot (x + 5) =$ _____

b) $(x + 4) \cdot (x - 2) =$ _____

c) $(x + 2) \cdot (x + 6) =$ _____

d) $(x - 3) \cdot (x + 5) =$ _____

e) $(x - 2) \cdot (x - 4) =$ _____

f) $(x + 7) \cdot (x + 1) =$ _____

2 Erste Formel: Löse die Klammer auf.

a) $(x + 3)^2 =$ _____

b) $(x + 5)^2 =$ _____

c) $(2x + 1)^2 =$ _____

d) $(3x + 2)^2 =$ _____

e) $(4x + 1)^2 =$ _____

f) $(2x + 3)^2 =$ _____

●●○ Standard

Zweite und dritte Formel, rückwärts, geschickt rechnen

3 Zweite Formel: Löse die Klammer auf.

a) $(x - 4)^2 =$ _____

b) $(x - 6)^2 =$ _____

c) $(3x - 4)^2 =$ _____

d) $(5x - 2)^2 =$ _____

e) $(2x - 1)^2 =$ _____

f) $(4x - 3)^2 =$ _____

4 Dritte Formel: Löse die Klammern auf.

a) $(x + 7) \cdot (x - 7) =$ _____

b) $(3x + 2) \cdot (3x - 2) =$ _____

c) $(5x + 4) \cdot (5x - 4) =$ _____

d) $(2x + 5) \cdot (2x - 5) =$ _____

e) $(4x + 1) \cdot (4x - 1) =$ _____

f) $(6x + 3) \cdot (6x - 3) =$ _____

5 Rückwärts: Schreibe als Quadrat.

a) $x^2 + 10x + 25 =$ _____

b) $9x^2 - 12x + 4 =$ _____

c) $x^2 + 16x + 64 =$ _____

d) $4x^2 - 12x + 9 =$ _____

e) $16x^2 + 8x + 1 =$ _____

f) $25x^2 - 20x + 4 =$ _____

6 Rückwärts: Schreibe als Produkt (dritte Formel).

a) $x^2 - 16 =$ _____

b) $16x^2 - 9 =$ _____

c) $9x^2 - 1 =$ _____

d) $25x^2 - 4 =$ _____

e) $36x^2 - 25 =$ _____

f) $4x^2 - 49 =$ _____

7 Rechne geschickt. Schreibe die Zerlegung und das Ergebnis.

a) $98^2 = (100 - 2)^2 =$ _____

b) $103^2 = (100 + 3)^2 =$ _____

c) $47 \cdot 53 = (50 - 3) \cdot (50 + 3) =$ _____

d) $99 \cdot 101 = (100 - 1) \cdot (100 + 1) =$ _____

e) $52^2 = (50 + 2)^2 =$ _____

f) $2{,}1^2 = (2 + 0{,}1)^2 =$ _____

●●● Plus

Fehler finden und anwenden

8 **Stimmt die Umformung? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) $(x + 4)^2 = x^2 + 16$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) $(x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) $(2x)^2 = 4x^2$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

d) $(x - 5)^2 = x^2 - 25$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

e) $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

f) $(3x + 1)^2 = 9x^2 + 1$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

9 **Rechne und schreibe einen Antwortsatz.**

a) Ein quadratisches Beet hat die Seitenlänge $x + 3$ Meter. Gib die Fläche als Term ohne Klammer an. Wie groß ist sie für $x = 2$?

Antwort:

b) Zeige, dass $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$ gilt.

Antwort:

c) Berechne $51^2 - 49^2$ geschickt.

Antwort:

d) Ein Rechteck hat die Seiten $x + 5$ und $x - 5$. Wie groß ist die Fläche als Term? Für welches x ist die Fläche 11?

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich multipliziere Summen Glied für Glied.	☐	☐	☐
Ich wende die drei binomischen Formeln an.	☐	☐	☐
Ich schreibe Terme als Quadrat oder Produkt.	☐	☐	☐
Ich rechne geschickt im Kopf und finde Fehler.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Summen multiplizieren, erste Formel

1 **Multipliziere die Klammern und fasse zusammen.**

a) $(x + 3) \cdot (x + 5) = x^2 + 8x + 15$

b) $(x + 4) \cdot (x - 2) = x^2 + 2x - 8$

c) $(x + 2) \cdot (x + 6) = x^2 + 8x + 12$

d) $(x - 3) \cdot (x + 5) = x^2 + 2x - 15$

e) $(x - 2) \cdot (x - 4) = x^2 - 6x + 8$

f) $(x + 7) \cdot (x + 1) = x^2 + 8x + 7$

2 **Erste Formel: Löse die Klammer auf.**

a) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

b) $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$

c) $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$

d) $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

e) $(4x + 1)^2 = 16x^2 + 8x + 1$

f) $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$

●●○ Standard: Zweite und dritte Formel, rückwärts, geschickt rechnen

3 **Zweite Formel: Löse die Klammer auf.**

a) $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$

b) $(x - 6)^2 = x^2 - 12x + 36$

c) $(3x - 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16$

d) $(5x - 2)^2 = 25x^2 - 20x + 4$

e) $(2x - 1)^2 = 4x^2 - 4x + 1$

f) $(4x - 3)^2 = 16x^2 - 24x + 9$

4 **Dritte Formel: Löse die Klammern auf.**

a) $(x + 7) \cdot (x - 7) = x^2 - 49$

b) $(3x + 2) \cdot (3x - 2) = 9x^2 - 4$

c) $(5x + 4) \cdot (5x - 4) = 25x^2 - 16$

d) $(2x + 5) \cdot (2x - 5) = 4x^2 - 25$

e) $(4x + 1) \cdot (4x - 1) = 16x^2 - 1$

f) $(6x + 3) \cdot (6x - 3) = 36x^2 - 9$

5 **Rückwärts: Schreibe als Quadrat.**

a) $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

b) $9x^2 - 12x + 4 = (3x - 2)^2$

c) $x^2 + 16x + 64 = (x + 8)^2$

d) $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$

e) $16x^2 + 8x + 1 = (4x + 1)^2$

f) $25x^2 - 20x + 4 = (5x - 2)^2$

6 **Rückwärts: Schreibe als Produkt (dritte Formel).**

a) $x^2 - 16 = (x - 4) \cdot (x + 4)$

b) $16x^2 - 9 = (4x - 3) \cdot (4x + 3)$

c) $9x^2 - 1 = (3x - 1) \cdot (3x + 1)$

d) $25x^2 - 4 = (5x - 2) \cdot (5x + 2)$

e) $36x^2 - 25 = (6x - 5) \cdot (6x + 5)$

f) $4x^2 - 49 = (2x - 7) \cdot (2x + 7)$

7 **Rechne geschickt. Schreibe die Zerlegung und das Ergebnis.**

a) $98^2 = (100 - 2)^2 = 9\,604$

b) $103^2 = (100 + 3)^2 = 10\,609$

c) $47 \cdot 53 = (50 - 3) \cdot (50 + 3) = 2\,491$

d) $99 \cdot 101 = (100 - 1) \cdot (100 + 1) = 9\,999$

e) $52^2 = (50 + 2)^2 = 2\,704$

f) $2{,}1^2 = (2 + 0{,}1)^2 = 4{,}41$

●●● Plus: Fehler finden und anwenden

8 **Stimmt die Umformung? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) Stimmt nicht. Richtig: $x^2 + 8x + 16$

b) Stimmt.

c) Stimmt.

d) Stimmt nicht. Richtig: $x^2 - 10x + 25$

e) Stimmt.

f) Stimmt nicht. Richtig: $9x^2 + 6x + 1$

9 **Rechne und schreibe einen Antwortsatz.**

a) $x^2 + 6x + 9$, bei $x = 2$ sind es 25 m^2

→ $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$.

→ $x = 2$: $4 + 12 + 9 = 25$.

→ Probe: $(2 + 3)^2 = 25$.

b) Es bleibt 4ab

→ $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

→ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

→ Differenz: $a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$.

c) 200

→ Dritte Formel: $(51 - 49) \cdot (51 + 49)$.

→ $2 \cdot 100 = 200$.

→ Probe: $2\,601 - 2\,401 = 200$.

d) $x^2 - 25$, für $x = 6$

→ $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$.

→ $x^2 - 25 = 11$, also $x^2 = 36$ und $x = 6$.

→ Probe: $11 \cdot 1 = 11$.