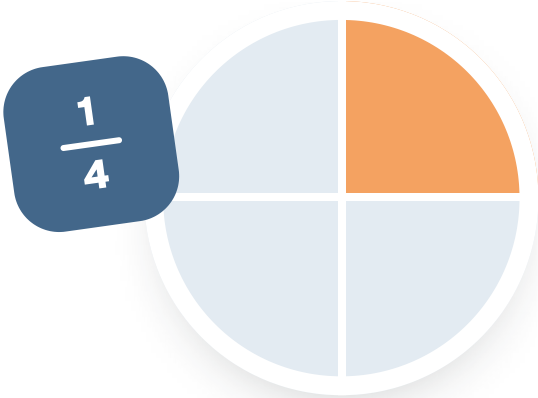
DYS+ Campus



Übungsheft · Mathe · Klasse 8

Bruchterme und Bruchgleichungen

Erklärungen, 46 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich setze Zahlen in Bruchterme ein und bestimme die Definitionsmenge.
- Ich kürze, erweitere und rechne mit Bruchtermen.
- Ich löse Bruchgleichungen und prüfe die Lösung.
- Ich löse Ungleichungen.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/gymnasium/klasse-8/mathe/bruchterme-und-bruchgleichungen/was-ist-ein-bruchterm

Kurz erklärt

Merksatz: Bruchterm: Variable im Nenner. Der Nenner darf nie 0 sein. Definitionsmenge D: alle erlaubten Werte.

Definitionsmenge

1. $3 / (x^2 - 9)$
2. Nenner = 0: $(x - 3)(x + 3) = 0$
3. $x = 3$ oder $x = -3$
4. $D = \mathbb{Q} \setminus \{-3; 3\}$

Kürzen

1. $(3x + 6) / (x + 2)$
2. Ausklammern: $3 \cdot (x + 2) / (x + 2)$
3. Kürzen: 3, für $x \neq -2$

Bruchgleichung

1. $6 / x = 3$, D: $x \neq 0$
2. Mit x multiplizieren: $6 = 3x$
3. $x = 2$. Probe: $6 / 2 = 3$

Tipp: Teste jede Umformung mit einer Zahl, bei der der Nenner nicht 0 wird.

Typischer Fehler: Summanden kürzen oder Nenner addieren. Gekürzt werden nur Faktoren, und Nenner bleiben beim Addieren bei einem Hauptnenner.

●○○ Basis

Bruchterme auswerten, Definitionsmenge

1 **Setze für x ein und rechne den Wert aus. Brüche darfst du als Bruch oder als Dezimalzahl schreiben.**

a) 12 / x Für x = 2 gilt _____

b) 12 / x Für x = 3 gilt _____

c) (x + 2) / (x – 3) Für x = 5 gilt _____

d) (x + 2) / (x – 3) Für x = 4 gilt _____

e) 20 / (x + 1) Für x = 4 gilt _____

f) 20 / (x + 1) Für x = 9 gilt _____

g) (2x) / (x + 1) Für x = 1 gilt _____

h) (2x) / (x + 1) Für x = 3 gilt _____

2 **Setze den Nenner gleich 0. Schreibe den verbotenen Wert und die Definitionsmenge auf.**

a) 7 / (x + 4) Nenner gleich 0: _____ D = _____

b) 5 / x Nenner gleich 0: _____ D = _____

c) (x – 1) / (2x – 10) Nenner gleich 0: _____ D = _____

d) 3 / (x^2 – 9) Nenner gleich 0: _____ D = _____

e) 4 / (x^2 – 4x) Nenner gleich 0: _____ D = _____

f) 8 / (3x – 12) Nenner gleich 0: _____ D = _____

●●○ Standard

Kürzen, Rechnen, Bruchgleichungen

3 Kürze so weit wie möglich.

a) $(6x) / 9 =$ _____

b) $(12x) / 18 =$ _____

c) $(3x + 6) / (x + 2) =$ _____

d) $(x^2 - 9) / (x + 3) =$ _____

e) $(x^2 + 6x + 9) / (x + 3) =$ _____

f) $(5x + 10) / (x + 2) =$ _____

4 Berechne und vereinfache.

a) $3 / x + 2 / x =$ _____

b) $5 / (x - 1) - 2 / (x - 1) =$ _____

c) $1 / x + 1 / (x + 1) =$ _____

d) $(2 / x) \cdot (x / 6) =$ _____

e) $(6 / x) : (3 / x^2) =$ _____

f) $4 / x - 1 / x =$ _____

5 **Löse die Bruchgleichung. Prüfe, ob die Lösung erlaubt ist.**

a) $6 / x = 3$ $x =$ _____

b) $12 / x + 1 = 5$ $x =$ _____

c) $(x + 3) / x = 2$ $x =$ _____

d) $2 / (x - 1) = 3 / (x + 1)$ $x =$ _____

e) $5 / (x + 1) = 1$ $x =$ _____

f) $10 / x = 2$ $x =$ _____

Plus

Ungleichungen und Sachaufgaben

6 Löse die Ungleichung. Achte aufs Zeichen.

a) $x + 5 < 9$ Lösung: _____

b) $3x - 2 \geq 10$ Lösung: _____

c) $-2x + 1 > 7$ Lösung: _____

d) $2x + 3 \leq 11$ Lösung: _____

e) $-x \geq 5$ Lösung: _____

f) $4x < 30$ Lösung: _____

7 Rechne und schreibe einen Antwortsatz.

a) Ein Taxi kostet 3 Euro Grundpreis plus 2 Euro je Kilometer. Du hast 25 Euro. Wie weit darfst du höchstens fahren?

Antwort:

b) Eine Wanderung von 24 km dauert 6 Stunden. Wie schnell ist das (km pro Stunde)? Stelle die Bruchgleichung auf.

Antwort:

c) Ein Tarif kostet 8 Euro plus 0,05 Euro je Minute. Mehr als 15 Euro willst du nicht zahlen. Wie viele Minuten gehen?

Antwort:

d) Die erste Pumpe füllt einen Tank allein in x Stunden, die zweite in x + 1 Stunden. Zusammen füllen sie pro Stunde 1 / x + 1 / (x + 1) des Tanks. Berechne diesen Term für x = 2.

Antwort:

8 Stimmt die Umformung? Wenn nicht, schreibe auf, was nicht stimmt.

a) $(x + 2) / 2 = x + 1$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) $(x^2 - 9) / (x + 3) = x - 3$ für $x \neq -3$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) $1 / x + 1 / (x + 1) = 2 / (2x + 1)$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

d) Bei $-2x > 6$ gilt $x < -3$ ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich setze Zahlen in Bruchterme ein und bestimme die Definitionsmenge.	☐	☐	☐
Ich kürze, erweitere und rechne mit Bruchtermen.	☐	☐	☐
Ich löse Bruchgleichungen und prüfe die Lösung.	☐	☐	☐
Ich löse Ungleichungen.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Bruchterme auswerten, Definitionsmenge

1 **Setze für x ein und rechne den Wert aus. Brüche darfst du als Bruch oder als Dezimalzahl schreiben.**

a) 12 / x Für x = 2 gilt 6

b) 12 / x Für x = 3 gilt 4

c) (x + 2) / (x – 3) Für x = 5 gilt 3,5

d) (x + 2) / (x – 3) Für x = 4 gilt 6

e) 20 / (x + 1) Für x = 4 gilt 4

f) 20 / (x + 1) Für x = 9 gilt 2

g) (2x) / (x + 1) Für x = 1 gilt 1

h) (2x) / (x + 1) Für x = 3 gilt 1,5

2 **Setze den Nenner gleich 0. Schreibe den verbotenen Wert und die Definitionsmenge auf.**

a) 7 / (x + 4) Nenner gleich 0: x = –4 D = ℚ \ {–4}

b) 5 / x Nenner gleich 0: x = 0 D = ℚ \ {0}

c) (x – 1) / (2x – 10) Nenner gleich 0: x = 5 D = ℚ \ {5}

d) 3 / (x^2 – 9) Nenner gleich 0: x = 3 oder x = –3 D = ℚ \ {–3; 3}

e) 4 / (x^2 – 4x) Nenner gleich 0: x = 0 oder x = 4 D = ℚ \ {0; 4}

f) 8 / (3x – 12) Nenner gleich 0: x = 4 D = ℚ \ {4}

●●○ Standard: Kürzen, Rechnen, Bruchgleichungen

3 **Kürze so weit wie möglich.**

a) (6x) / 9 = (2x) / 3

b) (12x) / 18 = (2x) / 3

c) (3x + 6) / (x + 2) = 3

d) (x^2 – 9) / (x + 3) = x – 3

e) (x^2 + 6x + 9) / (x + 3) = x + 3

f) (5x + 10) / (x + 2) = 5

4 **Berechne und vereinfache.**

a) 3 / x + 2 / x = 5 / x

b) 5 / (x – 1) – 2 / (x – 1) = 3 / (x – 1)

c) 1 / x + 1 / (x + 1) = (2x + 1) / (x · (x + 1))

d) (2 / x) · (x / 6) = 1 / 3

e) (6 / x) : (3 / x^2) = 2x

f) 4 / x – 1 / x = 3 / x

5 **Löse die Bruchgleichung. Prüfe, ob die Lösung erlaubt ist.**

a) $6 / x = 3$ $x = 2$

b) $12 / x + 1 = 5$ $x = 3$

c) $(x + 3) / x = 2$ $x = 3$

d) $2 / (x - 1) = 3 / (x + 1)$ $x = 5$

e) $5 / (x + 1) = 1$ $x = 4$

f) $10 / x = 2$ $x = 5$

●●● Plus: Ungleichungen und Sachaufgaben

6 **Löse die Ungleichung. Achte aufs Zeichen.**

a) $x + 5 < 9$ Lösung: $x < 4$

b) $3x - 2 \geq 10$ Lösung: $x \geq 4$

c) $-2x + 1 > 7$ Lösung: $x < -3$

d) $2x + 3 \leq 11$ Lösung: $x \leq 4$

e) $-x \geq 5$ Lösung: $x \leq -5$

f) $4x < 30$ Lösung: $x < 7{,}5$

7 **Rechne und schreibe einen Antwortsatz.**

a) **höchstens 11 km**

→ $3 + 2x \leq 25$.

→ $2x \leq 22$, also $x \leq 11$.

→ Probe: $3 + 22 = 25$.

b) **4 km pro Stunde**

→ $24 / x = 6$.

→ $24 = 6x$, also $x = 4$.

→ Probe: $24 / 4 = 6$.

c) **höchstens 140 Minuten**

→ $8 + 0{,}05x \leq 15$.

→ $0{,}05x \leq 7$.

→ $x \leq 140$.

d) **5 / 6 des Tanks pro Stunde**

→ $1 / 2 + 1 / 3$.

→ Hauptnenner 6: $3 / 6 + 2 / 6$.

→ $5 / 6$.

8 **Stimmt die Umformung? Wenn nicht, schreibe auf, was nicht stimmt.**

a) **Stimmt nicht. Richtig: Summanden dürfen nicht gekürzt werden. Bei $x = 2$ sind die Werte 2 und 3**

b) **Stimmt.**

c) **Stimmt nicht. Richtig: Nenner darf man nicht addieren. Richtig: $(2x + 1) / (x \cdot (x + 1))$**

d) **Stimmt.**