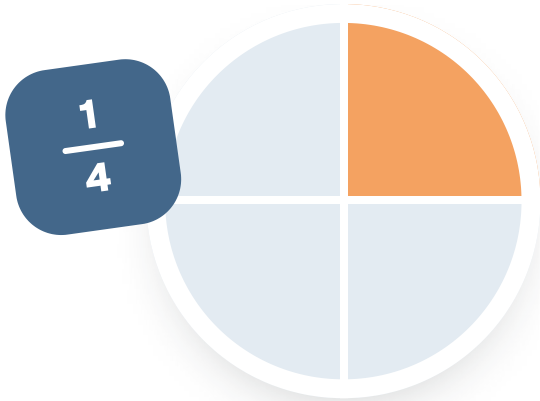
DYS+ Campus



Übungsheft · Mathe · Klasse 8

Mehrstufige Zufallsversuche

Erklärungen, 46 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich stelle mehrstufige Versuche im Baumdiagramm dar.
- Ich rechne mit der Pfadmultiplikations- und der Pfadadditionsregel.
- Ich unterscheide Ziehen mit und ohne Zurücklegen.
- Ich nutze das Gegenereignis und das Zählprinzip.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/gymnasium/klasse-8/mathe/mehrstufige-zufallsversuche/zufallsversuche-in-mehreren-stufen

Kurz erklärt

Mit und ohne Zurücklegen

Pfad	Mit Zurücklegen	Ohne Zurücklegen
(R|R)	$\frac{9}{25}$	$\frac{3}{10}$
(R|B)	$\frac{6}{25}$	$\frac{3}{10}$
(B|R)	$\frac{6}{25}$	$\frac{3}{10}$
(B|B)	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{10}$

Merksatz: Entlang eines Pfades multiplizieren. Mehrere Pfade zum Ereignis addieren. Mindestens einmal: P(E) = 1 – P(nicht E).

Verschiedene Farben

1. Urne mit 3 roten und 2 blauen Kugeln, zweimal mit Zurücklegen.
2. $P(R|B) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$ und $P(B|R) = \frac{6}{25}$.
3. $P(\text{verschiedene Farben}) = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25}$.

Mindestens eine Sechs

1. Würfel zweimal.
2. Gegenereignis: keine Sechs. $P = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$.
3. $P(\text{mindestens eine Sechs}) = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$.

Typischer Fehler: Entlang eines Pfades wird nicht addiert. Beim Ziehen ohne Zurücklegen musst du die zweite Stufe neu bestimmen.

Tipp: Kontrolle: Alle Pfade zusammen ergeben 1. An jeder Verzweigung ergeben die Äste 1.

●○○ Basis

Ergebnisse zählen und Bäume lesen

1 Wie viele Ergebnisse gibt es? Schreibe nur die Zahl.

a) Münze dreimal: _____ Ergebnisse

b) Würfel zweimal: _____ Ergebnisse

c) Münze und Würfel: _____ Ergebnisse

d) Würfel dreimal: _____ Ergebnisse

e) Glücksrad mit 4 Feldern und Münze: _____ Ergebnisse

f) Zwei Glücksräder mit je 5 Feldern: _____ Ergebnisse

2 Beantworte. Schreibe einen Bruch oder eine Zahl.

a) Urne mit 3 roten und 2 blauen Kugeln. P(R) im ersten Zug: _____

b) Dieselbe Urne. P(B) im ersten Zug: _____

c) Baum mit 3 Ästen in der ersten Stufe und je 2 Ästen in der zweiten Stufe. Anzahl der Pfade: _____

d) Baum mit 2, dann 3, dann 2 Ästen. Anzahl der Pfade: _____

3 **Berechne die Pfadwahrscheinlichkeit. Schreibe einen gekürzten Bruch.**

a) Urne 3 R, 2 B, zweimal mit Zurücklegen. $P(R|R) =$ _____

b) Dieselbe Urne. $P(R|B) =$ _____

c) Dieselbe Urne. $P(B|B) =$ _____

d) Münze zweimal. $P(K|K) =$ _____

e) Würfel zweimal. P(Sechs|Sechs) = _____

f) Würfel zweimal. P(erst Sechs, dann keine Sechs) = _____

●●○ Standard

Pfadregeln und Ziehen ohne Zurücklegen

4 Addiere die Pfade. Schreibe einen gekürzten Bruch.

a) Urne 3 R, 2 B, zweimal mit Zurücklegen. P(verschiedene Farben) = _____

b) Dieselbe Urne. P(gleiche Farbe) = _____

c) Münze zweimal. P(genau einmal Kopf) = _____

d) Würfel zweimal. P(Augensumme 7) = _____

e) Würfel zweimal. P(Pasch) = _____

5 Ziehe ohne Zurücklegen. Schreibe einen gekürzten Bruch.

a) Urne 3 R, 2 B, zweimal ohne Zurücklegen. P(R|R) = _____

b) Dieselbe Urne. P(B|B) = _____

c) Dieselbe Urne. P(R|B) = _____

d) Dieselbe Urne. P(verschiedene Farben) = _____

e) Urne 2 R, 2 B, zweimal ohne Zurücklegen. P(R|R) = _____

6 Kreuze an.

a) Beim Ziehen _____ Zurücklegen sind die Äste der zweiten Stufe dieselben wie in der ersten. ☐ **mit** ☐ **ohne**

b) Beim Ziehen _____ Zurücklegen wird der Nenner in der zweiten Stufe kleiner. ☐ **ohne** ☐ **mit**

c) Beim Würfeln ist es _____ Zurücklegen, denn der Würfel bleibt gleich. ☐ **wie ohne** ☐ **wie mit**

7 Nutze das Gegenereignis. Schreibe einen gekürzten Bruch.

a) Würfel zweimal. P(mindestens eine Sechs) = _____

b) Urne 3 R, 2 B, zweimal mit Zurücklegen. P(mindestens eine rote) = _____

c) Dieselbe Urne ohne Zurücklegen. P(mindestens eine rote) = _____

d) Münze dreimal. P(mindestens einmal Kopf) = _____

●●● Plus

Zählen, prüfen und anwenden

8 Zähle. Schreibe nur die Zahl.

a) Wie viele Outfits gibt es mit 3 Hosen und 4 Shirts? _____

b) Wie viele Zahlencodes mit 3 Ziffern (0 bis 9) gibt es? _____

c) Wie viele Reihenfolgen gibt es für 4 Personen? _____

d) Wie viele Möglichkeiten gibt es für Platz 1 und 2 bei 5 Läufern? _____

e) Wie viele Zweierteams gibt es aus 5 Personen? _____

9 Stimmt die Aussage? Wenn nicht, schreibe die richtige Aussage auf.

a) Beim Ziehen ohne Zurücklegen bleiben die Wahrscheinlichkeiten in der zweiten Stufe gleich. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) Die Wahrscheinlichkeiten aller Pfade eines Baumdiagramms ergeben zusammen 1. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) Die Wahrscheinlichkeit eines Pfades ist die Summe der Wahrscheinlichkeiten an seinen Ästen. ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

d) Es gilt P(E) = 1 – P(nicht E). ☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

10 Löse die Aufgaben. Schreibe deinen Weg und einen Antwortsatz.

a) Ein Glücksrad hat vier gleich große Felder: zwei rot, eins blau, eins grün. Du drehst das Rad einmal und wirfst einen Würfel einmal. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für „Rot und gerade Zahl“?

Antwort:

b) In einer Schachtel liegen 4 Schokoriegel und 6 Fruchtgummis. Du nimmst zwei Süßigkeiten ohne Zurücklegen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide Schokoriegel sind?

Antwort:

c) Dieselbe Schachtel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass du mindestens ein Fruchtgummi bekommst?

Antwort:

d) Ein Test hat 3 Fragen mit je 3 Antworten, von denen eine richtig ist. Mia rät bei allen Fragen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie mindestens eine Frage richtig hat?

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich stelle mehrstufige Versuche im Baumdiagramm dar.	☐	☐	☐
Ich rechne mit der Pfadmultiplikations- und der Pfadadditionsregel.	☐	☐	☐
Ich unterscheide Ziehen mit und ohne Zurücklegen.	☐	☐	☐
Ich nutze das Gegenereignis und das Zählprinzip.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Ergebnisse zählen und Bäume lesen

1 **Wie viele Ergebnisse gibt es? Schreibe nur die Zahl.**

a) **Münze dreimal: 8 Ergebnisse**

b) **Würfel zweimal: 36 Ergebnisse**

c) **Münze und Würfel: 12 Ergebnisse**

d) **Würfel dreimal: 216 Ergebnisse**

e) **Glücksrad mit 4 Feldern und Münze: 8 Ergebnisse**

f) **Zwei Glücksräder mit je 5 Feldern: 25 Ergebnisse**

2 **Beantworte. Schreibe einen Bruch oder eine Zahl.**

a) **Urne mit 3 roten und 2 blauen Kugeln. P(R) im ersten Zug: $\frac{3}{5}$**

b) **Dieselbe Urne. P(B) im ersten Zug: $\frac{2}{5}$**

c) **Baum mit 3 Ästen in der ersten Stufe und je 2 Ästen in der zweiten Stufe. Anzahl der Pfade: 6**

d) **Baum mit 2, dann 3, dann 2 Ästen. Anzahl der Pfade: 12**

3 **Berechne die Pfadwahrscheinlichkeit. Schreibe einen gekürzten Bruch.**

a) **Urne 3 R, 2 B, zweimal mit Zurücklegen. P(R|R) = $\frac{9}{25}$**

b) **Dieselbe Urne. P(R|B) = $\frac{6}{25}$**

c) **Dieselbe Urne. P(B|B) = $\frac{4}{25}$**

d) **Münze zweimal. P(K|K) = $\frac{1}{4}$**

e) **Würfel zweimal. P(Sechs|Sechs) = $\frac{1}{36}$**

f) **Würfel zweimal. P(erst Sechs, dann keine Sechs) = $\frac{5}{36}$**

●●○ Standard: Pfadregeln und Ziehen ohne Zurücklegen

4 **Addiere die Pfade. Schreibe einen gekürzten Bruch.**

a) Urne 3 R, 2 B, zweimal mit Zurücklegen. P(verschiedene Farben) = $\frac{12}{25}$

b) Dieselbe Urne. P(gleiche Farbe) = $\frac{13}{25}$

c) Münze zweimal. P(genau einmal Kopf) = $\frac{1}{2}$

d) Würfel zweimal. P(Augensumme 7) = $\frac{1}{6}$

e) Würfel zweimal. P(Pasch) = $\frac{1}{6}$

5 **Ziehe ohne Zurücklegen. Schreibe einen gekürzten Bruch.**

a) Urne 3 R, 2 B, zweimal ohne Zurücklegen. P(R|R) = $\frac{3}{10}$

b) Dieselbe Urne. P(B|B) = $\frac{1}{10}$

c) Dieselbe Urne. P(R|B) = $\frac{3}{10}$

d) Dieselbe Urne. P(verschiedene Farben) = $\frac{3}{5}$

e) Urne 2 R, 2 B, zweimal ohne Zurücklegen. P(R|R) = $\frac{1}{6}$

6 **Kreuze an.**

a) mit

→ Die Urne ist wieder wie am Anfang.

b) ohne

→ Eine Kugel fehlt.

c) wie mit

→ Jeder Wurf hat dieselben Wahrscheinlichkeiten.

7 **Nutze das Gegenereignis. Schreibe einen gekürzten Bruch.**

a) Würfel zweimal. P(mindestens eine Sechs) = $\frac{11}{36}$

b) Urne 3 R, 2 B, zweimal mit Zurücklegen. P(mindestens eine rote) = $\frac{21}{25}$

c) Dieselbe Urne ohne Zurücklegen. P(mindestens eine rote) = $\frac{9}{10}$

d) Münze dreimal. P(mindestens einmal Kopf) = $\frac{7}{8}$

●●● Plus: Zählen, prüfen und anwenden

8 **Zähle. Schreibe nur die Zahl.**

a) **Wie viele Outfits gibt es mit 3 Hosen und 4 Shirts?**
12

b) **Wie viele Zahlencodes mit 3 Ziffern (0 bis 9) gibt es?**
1000

c) **Wie viele Reihenfolgen gibt es für 4 Personen?**
24

d) **Wie viele Möglichkeiten gibt es für Platz 1 und 2 bei 5 Läufern? 20**

e) **Wie viele Zweierteams gibt es aus 5 Personen?**
10

9 **Stimmt die Aussage? Wenn nicht, schreibe die richtige Aussage auf.**

a) **Stimmt nicht. Richtig: Die Urne wird kleiner. Die Wahrscheinlichkeiten der zweiten Stufe ändern sich.**

b) **Stimmt.**

c) **Stimmt nicht. Richtig: Sie ist das Produkt der Wahrscheinlichkeiten an den Ästen.**

d) **Stimmt.**

10 **Löse die Aufgaben. Schreibe deinen Weg und einen Antwortsatz.**

a) $\frac{1}{4}$

→ P(Rot) = $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.

→ P(gerade Zahl) = $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

→ Pfadmultiplikation: $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

→ Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{4}$.

b) $\frac{2}{15}$

→ Erster Zug: P(Schoko) = $\frac{4}{10}$.

→ Zweiter Zug: noch 3 Schokoriegel unter 9 Süßigkeiten, P = $\frac{3}{9}$.

→ $\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$.

→ Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{2}{15}$.

c) $\frac{13}{15}$

→ Gegenereignis: beide sind Schokoriegel. Das ist $\frac{2}{15}$.

→ P(mindestens ein Fruchtgummi) = $1 - \frac{2}{15}$.

→ $1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$.

→ Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{13}{15}$.

d) $\frac{19}{27}$

→ P(eine Frage falsch) = $\frac{2}{3}$.

→ P(alle drei falsch) = $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$.

→ P(mindestens eine richtig) = $1 - \frac{8}{27} = \frac{19}{27}$.

→ Antwort: Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{19}{27}$.