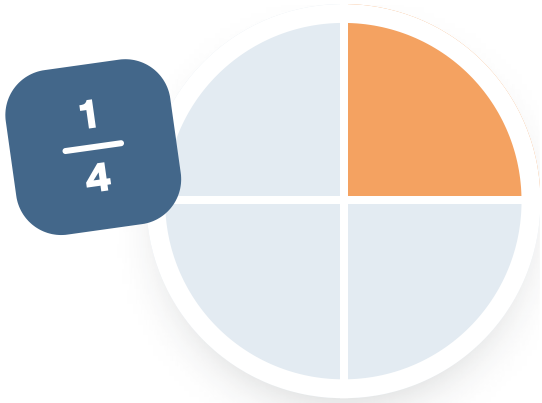
DYS+ Campus



Übungsheft · Mathe · Klasse 10

Pyramide, Kegel und Kugel

Erklärungen, 54 Aufgaben in drei Stufen und alle Lösungen mit Rechenweg.

Name _____ **Datum** _____

Das lernst du

- Ich berechne Oberfläche und Volumen einer Pyramide.
- Ich berechne Mantel, Oberfläche und Volumen eines Kegels.
- Ich berechne Oberfläche und Volumen einer Kugel.
- Ich löse Aufgaben mit zusammengesetzten Körpern.

So arbeitest du mit dem Heft

●○○ **Basis** zum Einstieg

●●○ **Standard** zum Üben

●●● **Plus** zum Weiterdenken

Du musst nicht alles machen. Fang bei Basis an. Die Lösungen stehen hinten im Heft.

Noch unsicher?

Scanne den Code. Dort wird das Thema Schritt für Schritt erklärt.

dysplus.de/lernen/realschule/klasse-10/mathe/pyramide-kegel-kugel/netz-und-oberflaeche

Kurz erklärt

Merksatz: Pyramide: $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$. Kegel: $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$. Kugel: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ und $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$.

Kegel und Zylinder



Ein Kegel fasst ein Drittel eines Zylinders mit gleichem r und h.

Oberfläche einer Pyramide

1. a = 6 cm, hs = 5 cm.
2. G = 36 cm². M = 4 · ½ · 6 · 5 = 60 cm².
3. O = 96 cm².

Mantel eines Kegels

1. r = 6 cm, h = 8 cm.
2. $s^2 = 36 + 64 = 100$, also s = 10 cm.
3. M = 3,14 · 6 · 10 = 188,4 cm².

Tipp: Schreibe zuerst auf, was gegeben ist: r, h, s oder a. Prüfe dann, welche Länge in die Formel gehört.

Typischer Fehler: Für das Volumen brauchst du die senkrechte Höhe h. Für den Mantel brauchst du die Seitenhöhe hs oder die Mantellinie s. Verwechsle sie nicht.

●○○ Basis

Pyramide und Begriffe

1 **Eine quadratische Pyramide hat die Grundkante a und die Seitenhöhe hs. Berechne.**

a) a = 4 cm, hs = 3 cm: G = _____ cm², M = _____ cm², O = _____ cm²

b) a = 6 cm, hs = 5 cm: G = _____ cm², M = _____ cm², O = _____ cm²

c) a = 8 cm, hs = 5 cm: G = _____ cm², M = _____ cm², O = _____ cm²

d) a = 10 cm, hs = 13 cm: G = _____ cm², M = _____ cm², O = _____ cm²

e) a = 12 cm, hs = 10 cm: G = _____ cm², M = _____ cm², O = _____ cm²

f) a = 16 cm, hs = 17 cm: G = _____ cm², M = _____ cm², O = _____ cm²

2 Berechne das Volumen der quadratischen Pyramide.

a) a = 6 cm, h = 4 cm: G = _____ cm^2, V = _____ cm^3

b) a = 9 cm, h = 10 cm: G = _____ cm^2, V = _____ cm^3

c) a = 5 cm, h = 9 cm: G = _____ cm^2, V = _____ cm^3

d) a = 10 cm, h = 12 cm: G = _____ cm^2, V = _____ cm^3

e) a = 12 cm, h = 5 cm: G = _____ cm^2, V = _____ cm^3

f) a = 8 cm, h = 6 cm: G = _____ cm^2, V = _____ cm^3

3 Wähle aus.

a) Die Höhe eines Seitendreiecks der Pyramide heißt _____.

☐ **Mantellinie** ☐ **Radius** ☐ **Seitenhöhe**

b) Die Strecke von der Spitze eines Kegels zum Rand des Kreises heißt _____.

☐ **Durchmesser** ☐ **Mantellinie** ☐ **Seitenhöhe**

c) Das Netz einer quadratischen Pyramide besteht aus einem Quadrat und vier _____.

☐ **Kreisen** ☐ **Dreiecken** ☐ **Rechtecken**

d) Für das Volumen einer Pyramide brauchst du die _____.

☐ **Mantellinie s** ☐ **Höhe h** ☐ **Seitenhöhe hs**

e) Das Netz eines Kegels besteht aus einem Kreis und einem _____.

☐ **Dreieck** ☐ **Kreisausschnitt** ☐ **Rechteck**

f) Ein Kegel fasst im Vergleich zu einem Zylinder mit gleichem r und h _____.

☐ **die Hälfte** ☐ **genauso viel** ☐ **ein Drittel**

●●○ Standard

Kegel und Kugel

4 Berechne die Mantellinie s des Kegels.

a) r = 3 cm, h = 4 cm: s^2 = _____, s = _____ cm

b) r = 6 cm, h = 8 cm: s^2 = _____, s = _____ cm

c) r = 5 cm, h = 12 cm: s^2 = _____, s = _____ cm

d) r = 8 cm, h = 15 cm: s^2 = _____, s = _____ cm

e) r = 9 cm, h = 12 cm: s^2 = _____, s = _____ cm

f) r = 7 cm, h = 24 cm: s^2 = _____, s = _____ cm

5 Berechne Mantel und Oberfläche mit π ≈ 3,14. Runde auf ganze cm².

a) r = 3 cm, s = 5 cm: M ≈ _____ cm^2, O ≈ _____ cm^2

b) r = 9 cm, s = 15 cm: M ≈ _____ cm^2, O ≈ _____ cm^2

c) r = 6 cm, s = 10 cm: M ≈ _____ cm^2, O ≈ _____ cm^2

d) r = 4 cm, s = 5 cm: M ≈ _____ cm^2, O ≈ _____ cm^2

e) r = 5 cm, s = 13 cm: M ≈ _____ cm^2, O ≈ _____ cm^2

f) r = 8 cm, s = 17 cm: M ≈ _____ cm^2, O ≈ _____ cm^2

6 **Berechne das Volumen des Kegels mit π ≈ 3,14. Runde auf ganze cm^3.**

a) r = 3 cm, h = 4 cm: V ≈ _____ cm^3

b) r = 5 cm, h = 12 cm: V ≈ _____ cm^3

c) r = 6 cm, h = 10 cm: V ≈ _____ cm^3

d) r = 3 cm, h = 12 cm: V ≈ _____ cm^3

e) r = 4 cm, h = 9 cm: V ≈ _____ cm^3

7 **Berechne Oberfläche und Volumen der Kugel mit π ≈ 3,14. Runde auf ganze Zahlen.**

a) r = 5 cm: O ≈ _____ cm^2, V ≈ _____ cm^3

b) r = 6 cm: O ≈ _____ cm^2, V ≈ _____ cm^3

c) r = 10 cm: O ≈ _____ cm^2, V ≈ _____ cm^3

d) r = 8 cm: O ≈ _____ cm^2, V ≈ _____ cm^3

e) r = 4 cm: O ≈ _____ cm^2, V ≈ _____ cm^3

●●● Plus

Sachaufgaben, Fehler finden, Begründen

8 **Rechne und schreibe einen Antwortsatz.**

a) Ein Zelt hat die Form einer quadratischen Pyramide. Die Grundkante ist 4 m lang. Die Seitenhöhe der Zeltwände ist 3 m. Wie viel Stoff wird für die vier Wände gebraucht?

Antwort:

b) Ein Spielzeugklotz ist ein Kegel mit r = 4 cm und h = 9 cm. Wie groß ist sein Volumen? Rechne mit $\pi \approx 3{,}14$ und runde auf ganze cm^3.

Antwort:

c) Ein Fußball hat den Durchmesser 22 cm. Wie groß ist seine Oberfläche? Rechne mit $\pi \approx 3{,}14$ und runde auf ganze cm^2.

Antwort:

d) Eine Pyramide und ein Würfel haben dieselbe Grundfläche und dieselbe Höhe. Der Würfel hat 216 cm^3. Wie groß ist das Volumen der Pyramide?

Antwort:

e) Ein Behälter besteht aus einem Zylinder (r = 3 cm, Höhe 10 cm) und einem Kegel darauf (r = 3 cm, Höhe 4 cm). Berechne das Gesamtvolumen mit $\pi \approx 3{,}14$. Runde auf ganze cm^3.

Antwort:

9 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) Bei der Pyramide darf man statt der Höhe h auch die Seitenhöhe hs in die Volumenformel einsetzen.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

b) Der Mantel eines Kegels hat die Fläche $\pi \cdot r \cdot s$.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

c) Verdoppelt man den Radius einer Kugel, wird die Oberfläche achtmal so groß.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

d) Ein schiefes Prisma hat dasselbe Volumen wie ein gerades Prisma mit gleicher Grundfläche und senkrechter Höhe.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

e) Bei einem zusammengesetzten Körper addiert man die Oberflächen der Teile vollständig.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

f) Ein Kegel fasst ein Drittel eines Zylinders mit gleichem Radius und gleicher Höhe.

☐ **stimmt** ☐ **stimmt nicht**

10 Begründe und rechne.

a) Erkläre mit dem Prinzip von Cavalieri, warum ein schiefes Prisma $V = G \cdot h$ hat.

Antwort:

b) Eine Kugel hat den Radius 3 cm. Zeige, dass Oberfläche und Volumen dieselbe Maßzahl haben. Rechne mit $\pi \approx 3{,}14$.

Antwort:

c) Eine Pyramide hat a = 6 cm und h = 4 cm. Berechne die Seitenhöhe hs und den Mantel.

Antwort:

Kannst du das schon?

Kreuze an, wie sicher du dich fühlst. Hier gibt es kein Richtig oder Falsch.

Ich kann …	sicher	fast	noch nicht
Ich berechne Oberfläche und Volumen einer Pyramide.	☐	☐	☐
Ich berechne Mantel, Oberfläche und Volumen eines Kegels.	☐	☐	☐
Ich berechne Oberfläche und Volumen einer Kugel.	☐	☐	☐
Ich löse Aufgaben mit zusammengesetzten Körpern.	☐	☐	☐

Tipp: Bei „noch nicht“ schau dir „Kurz erklärt“ vorne im Heft noch einmal an oder scanne den Code auf dem Deckblatt. Dann probierst du die Aufgaben noch einmal.

Lösungen

Erst selbst rechnen, dann vergleichen. Bei den Rechenaufgaben steht der Rechenweg dabei.

●○○ Basis: Pyramide und Begriffe

1 **Eine quadratische Pyramide hat die Grundkante a und die Seitenhöhe hs. Berechne.**

a) a = 4 cm, hs = 3 cm: G = 16 cm², M = 24 cm², O = 40 cm²

b) a = 6 cm, hs = 5 cm: G = 36 cm², M = 60 cm², O = 96 cm²

c) a = 8 cm, hs = 5 cm: G = 64 cm², M = 80 cm², O = 144 cm²

d) a = 10 cm, hs = 13 cm: G = 100 cm², M = 260 cm², O = 360 cm²

e) a = 12 cm, hs = 10 cm: G = 144 cm², M = 240 cm², O = 384 cm²

f) a = 16 cm, hs = 17 cm: G = 256 cm², M = 544 cm², O = 800 cm²

2 **Berechne das Volumen der quadratischen Pyramide.**

a) a = 6 cm, h = 4 cm: G = 36 cm², V = 48 cm³

b) a = 9 cm, h = 10 cm: G = 81 cm², V = 270 cm³

c) a = 5 cm, h = 9 cm: G = 25 cm², V = 75 cm³

d) a = 10 cm, h = 12 cm: G = 100 cm², V = 400 cm³

e) a = 12 cm, h = 5 cm: G = 144 cm², V = 240 cm³

f) a = 8 cm, h = 6 cm: G = 64 cm², V = 128 cm³

3 **Wähle aus.**

a) **Seitenhöhe**

→ hs liegt in der Seitenfläche.

b) **Mantellinie**

→ Sie wird mit s bezeichnet.

c) **Dreiecken**

→ Die Seitenflächen laufen in der Spitze zusammen.

d) **Höhe h**

→ $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$.

e) **Kreisausschnitt**

→ Der Kreisausschnitt ist der Mantel.

f) **ein Drittel**

→ $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$.

●●○ Standard: Kegel und Kugel

4 **Berechne die Mantellinie s des Kegels.**

a) r = 3 cm, h = 4 cm: s^2 = 25, s = 5 cm

b) r = 6 cm, h = 8 cm: s^2 = 100, s = 10 cm

c) r = 5 cm, h = 12 cm: s^2 = 169, s = 13 cm

d) r = 8 cm, h = 15 cm: s^2 = 289, s = 17 cm

e) r = 9 cm, h = 12 cm: s^2 = 225, s = 15 cm

f) r = 7 cm, h = 24 cm: s^2 = 625, s = 25 cm

5 **Berechne Mantel und Oberfläche mit π ≈ 3,14. Runde auf ganze cm².**

a) r = 3 cm, s = 5 cm: M ≈ 47 cm², O ≈ 75 cm²

b) r = 9 cm, s = 15 cm: M ≈ 424 cm², O ≈ 678 cm²

c) r = 6 cm, s = 10 cm: M ≈ 188 cm², O ≈ 301 cm²

d) r = 4 cm, s = 5 cm: M ≈ 63 cm², O ≈ 113 cm²

e) r = 5 cm, s = 13 cm: M ≈ 204 cm², O ≈ 283 cm²

f) r = 8 cm, s = 17 cm: M ≈ 427 cm², O ≈ 628 cm²

6 **Berechne das Volumen des Kegels mit π ≈ 3,14. Runde auf ganze cm³.**

a) r = 3 cm, h = 4 cm: V ≈ 38 cm³

b) r = 5 cm, h = 12 cm: V ≈ 314 cm³

c) r = 6 cm, h = 10 cm: V ≈ 377 cm³

d) r = 3 cm, h = 12 cm: V ≈ 113 cm³

e) r = 4 cm, h = 9 cm: V ≈ 151 cm³

7 **Berechne Oberfläche und Volumen der Kugel mit π ≈ 3,14. Runde auf ganze Zahlen.**

a) r = 5 cm: O ≈ 314 cm², V ≈ 523 cm³

b) r = 6 cm: O ≈ 452 cm², V ≈ 904 cm³

c) r = 10 cm: O ≈ 1256 cm², V ≈ 4187 cm³

d) r = 8 cm: O ≈ 804 cm², V ≈ 2144 cm³

e) r = 4 cm: O ≈ 201 cm², V ≈ 268 cm³

●●● Plus: Sachaufgaben, Fehler finden, Begründen

8 **Rechne und schreibe einen Antwortsatz.**

a) **24 m²**

→ Eine Wand: ½ · 4 · 3 = 6 m².

→ Vier Wände: 4 · 6 = 24 m².

b) **151 cm³**

→ G = 3,14 · 16 = 50,24 cm².

→ V = 50,24 · 9 : 3 = 150,72.

→ Gerundet: 151 cm³.

c) **1520 cm²**

→ r = 22 : 2 = 11 cm.

→ O = 4 · 3,14 · 121 = 1519,76 cm².

→ Gerundet: 1520 cm².

d) **72 cm³**

→ Ein Würfel ist ein besonderes Prisma. Die Pyramide hat ein Drittel davon.

→ 216 : 3 = 72 cm³.

e) **320 cm³**

→ Zylinder: 3,14 · 9 · 10 = 282,6 cm³.

→ Kegel: 3,14 · 9 · 4 : 3 = 37,68 cm³.

→ Summe: 320,28 cm³. Gerundet: 320 cm³.

9 **Stimmt der Satz? Wenn nicht, schreibe die richtige Fassung auf.**

a) **Stimmt nicht. Richtig: Das Volumen braucht die senkrechte Höhe h.**

b) **Stimmt.**

c) **Stimmt nicht. Richtig: Die Oberfläche wird viermal so groß. Das Volumen wird achtmal so groß.**

d) **Stimmt.**

e) **Stimmt nicht. Richtig: Die Berührflächen liegen innen und zählen nicht zur Oberfläche.**

f) **Stimmt.**

10 **Begründe und rechne.**

a) **Ein gerades Prisma mit gleicher Grundfläche und gleicher Höhe hat in jeder Höhe gleich große Schnittflächen. Nach Cavalieri haben beide dasselbe Volumen.**

→ Gleiche Höhe prüfen.

→ Gleiche Schnittflächen in jeder Höhe prüfen.

→ Dann gilt dasselbe Volumen.

c) **$h_s = 5\ cm$, $M = 60\ cm^2$**

→ $h_s^2 = h^2 + (a : 2)^2 = 16 + 9 = 25$.

→ $h_s = 5\ cm$.

→ $M = 2 \cdot 6 \cdot 5 = 60\ cm^2$.

b) **$O = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 9 = 113{,}04$ und $V = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 27 = 113{,}04$. Die Maßzahlen sind gleich (die Einheiten cm^2 und cm^3 aber nicht).**

→ $O = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 9 = 113{,}04$.

→ $V = 4 \cdot 3{,}14 \cdot 27 : 3 = 113{,}04$.